«ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΜΕ ΡΙΖΕΣ»

(1) Θεωρητικές ($\sqrt{x}=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$, $\sqrt{\alpha\cdot\beta}=\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$, $\sqrt{\dfrac{\alpha}{\beta}}=\dfrac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$, $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}}=\sqrt[\mu\nu]{\alpha}$)

$\sqrt{4}=2,\quad \sqrt{9}=3,\quad \sqrt{16}=4,\quad \sqrt{25}=5,$
$\sqrt{36}=6,\quad \sqrt{49}=7,\quad \sqrt{64}=8,\quad \sqrt{81}=9$

Γνωστές τετραγωνικές ρίζες

$\sqrt{x^2}=|x|,\quad \sqrt{(\pi-4)^2}=|\pi-4|=4-\pi$ (αφού π=3,14)

Το υπόριζο πρέπει να είναι ≥0 αλλιώς θα βάζω απόλυτη τιμή

$\sqrt[3]{1000}=\sqrt[3]{10^3}=10\qquad \sqrt[4]{0,0001}=\sqrt[4]{\dfrac{1}{10000}}=\dfrac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{10^4}}=\dfrac{1}{10}$

Τους δεκαδικούς τους κάνω κλάσματα

$\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2\qquad \sqrt[8]{7^2}=\sqrt[4]{7}$ (Απλοποίηση)

$\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{9}}}=\sqrt{21+\sqrt{16}}=\sqrt{21+4}=\sqrt{25}=5$

Ξεκινάω πάντα από την πιο μικρή ρίζα

$\sqrt{12}=\sqrt{4\cdot 3}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}\qquad \sqrt{900}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{100}=30$

$\sqrt{\dfrac{25}{36}}=\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}=\dfrac{5}{6}\qquad \sqrt[3]{\sqrt[10]{5}}=\sqrt[30]{5}$

Εφαρμογή των ιδιοτήτων

$\sqrt[3]{\sqrt[4]{7\sqrt{7}}}=\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt{7^2\cdot 7}}}=\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt{7^3}}}=\sqrt[24]{7^3}$

$\sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[6]{5}=5^{\frac{2}{3}}\cdot 5^{\frac{1}{6}}=5^{\frac{2}{3}+\frac{1}{6}}=5^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{5^5}$

$3\sqrt{5}+2\sqrt{2}-1\sqrt{5}+8\sqrt{2}=2\sqrt{5}+10\sqrt{2}$

Τις ρίζες τις μετατρέπω σε δυνάμεις ώστε να γίνουν πράξεις.

(2) Σύγκριση (Απλά υψώνω στην δύναμη που είναι η ρίζα για να φύγει)

Λ.χ Να δείξετε ότι: $\sqrt{3}+\sqrt{2}>\sqrt{5}$

ΑΠ. $\sqrt{3}+\sqrt{2}>\sqrt{5}\Leftrightarrow(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2>\sqrt{5}^2\Leftrightarrow\sqrt{3}^2+2\sqrt{6}+\sqrt{2}^2>\sqrt{5}^2\Leftrightarrow 5+2\sqrt{6}>5\Leftrightarrow 2\sqrt{6}>0$

ή αν έχω να συγκρίνω ρίζες $\sqrt[3]{1999},\sqrt[3]{2000}$ τότε αφού $1999<2000\Rightarrow\sqrt[3]{1999}<\sqrt[3]{2000}$

(3) Ρητοποίηση (Διώχνω ρίζα από παρανομαστή)

$$\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{9}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{11}{\sqrt[3]{2}}=\frac{11\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}}=\frac{11\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{11\sqrt[3]{2^2}}{2}$$

$$\frac{13}{\sqrt{5}+1}=\frac{13\cdot(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)\cdot(\sqrt{5}-1)}=\frac{13\cdot(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}^2-1^2}=\frac{13\cdot(\sqrt{5}-1)}{5-1}=\frac{13\cdot(\sqrt{5}-1)}{4}$$

(4) Απλοποίηση ρίζας με ταυτότητα ($(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=\sqrt{\alpha}^2+2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}+\sqrt{\beta}^2=\alpha+2\sqrt{\alpha\beta}+\beta$)

Π.χ.

$\sqrt{14+6\sqrt{5}}=\sqrt{9+6\sqrt{5}+5}=\sqrt{(3+2\sqrt{5})^2}=3+2\sqrt{5}$

$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3-2\sqrt{3}\sqrt{2}+2}=\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}=|\sqrt{3}-\sqrt{2}|=\sqrt{3}-\sqrt{2}$