

«ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ (ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ)»

(1) $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$ (Όπου από εδώ βγαίνει ότι: $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$)

$$(2\alpha+3\beta)^2=2^2\alpha^2+2\cdot 2\cdot 3\alpha\beta+3^2\beta^2=4\alpha^2+12\alpha\beta+9\beta^2$$

$$\left(\frac{\alpha}{5}+\beta\right)^2=\frac{\alpha^2}{5^2}+\frac{2}{5}\alpha\beta+\beta^2=\frac{\alpha^2}{25}+\frac{2}{5}\alpha\beta+\beta^2$$

Π.χ. $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=\sqrt{\alpha^2}+2\sqrt{\alpha\beta}+\sqrt{\beta^2}=\alpha+2\sqrt{\alpha\beta}+\beta$

$$(\alpha^2+\beta^2)^2=(\alpha^2)^2+2\alpha^2\beta^2+(\beta^2)^2=\alpha^4+2\alpha^2\beta^2+\beta^4$$

ΜΠΟΡΩ ΝΑ ΚΑΝΩ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΣΕ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΠΟΥ ΕΧΟΥΝ ΗΔΗ ΚΑΠΟΙΑ ΔΥΝΑΜΗ / ΕΚΘΕΤΗ.

$$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$$

$$(-3x-4y)^2=(3x+4y)^2=9\alpha^2+24\alpha\beta+16\beta^2$$

ΟΤΑΝ ΕΙΝΑΙ ΚΑΙ ΤΑ 2 ΑΡΝΗΤΙΚΑ ΚΑΙ ΥΨΩΝΩ ΣΕ ΖΥΓΟ ΑΡΙΘΜΟ ΤΟΤΕ ΜΠΟΡΩ ΝΑ ΤΑ ΚΑΝΩ (+)

(2) $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$

Π.χ. $(2x-\frac{1}{3})^2=4x^2-\frac{4x}{3}+\frac{1}{9}$ ή υπολογιστέ: $x^2-\frac{1}{x^2} \rightarrow (X-\frac{1}{X})^2=X^2-2+\frac{1}{X^2} \Leftrightarrow x^2-\frac{1}{x^2}=(X-\frac{1}{X})^2-2$

(3) $\alpha^2-\beta^2=(\alpha-\beta)\cdot(\alpha+\beta) \rightarrow$ ΔΙΑΦΟΡΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

$$25\alpha^2-36\beta^2=5^2\alpha^2-6^2\beta^2=(5\alpha-6\beta)\cdot(5\alpha+6\beta)$$

$$9^2-8^2=(9-8)(9+8)=1\times 72=72$$

Π.χ. $\frac{\alpha^2}{16}-7=(\frac{\alpha}{4}-\sqrt{7})(\frac{\alpha}{4}+\sqrt{7})$

$$(x-1)(x+1)=x^2-1^2$$

Είναι η ίδια ταυτότητα αλλά ανάποδα.

(4) $(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$

Π.χ. $(2\alpha+1)^3=(2\alpha)^3+3(2\alpha)^2\cdot 1+3\cdot 2\alpha\cdot 1^2+1^3=8\alpha^3+12\alpha+6\alpha+1$

(5) $(\alpha-\beta)^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$

Π.χ. $(2\alpha-3)^3=(2\alpha)^3-3(2\alpha)^2\cdot 3+3\cdot 2\alpha\cdot 3^2-3^3=8\alpha^3-36\alpha+54\alpha-27$

(6) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)\cdot(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$

Π.χ. $x^3+8=x^3+2^3=(x+2)(x^2-2x+2^2)=(x+2)(x^2-3x+4)$

(7) $a^3-b^3=(a-b)\cdot(a^2+ab+b^2) \rightarrow$ ΔΙΑΦΟΡΑ ΚΥΒΩΝ

Π.χ. $x^3-27=x^3-3^3=(x-3)(x^2+3x+3^2)=(x-3)(x^2+3x+9)$

(8) $(\alpha+\beta+\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2\alpha\beta+2\beta\gamma+2\alpha\gamma$

Π.χ. $(x+3y+1)^2=x^2+9y^2+1^2+2\cdot x\cdot 3y+2\cdot x\cdot 1+2\cdot 3y\cdot 1=x^2+9y^2+1^2+6xy+2x+6y$